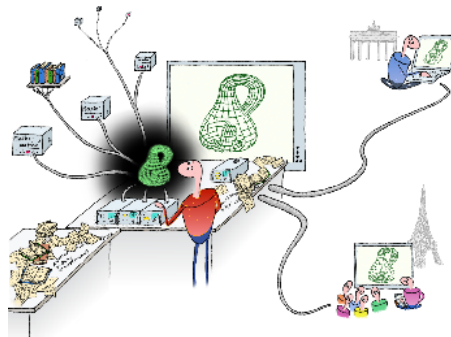


**Mathematik ist  
konkretes Anwenden abstrakten Denkens  
und  
abstraktes Denken über konkrete  
Anwendungen.**



## eLearning-, eTeaching- & eResearch-Technologien – Chancen und Potentiale für die Mathematik

VON SABINA JESCHKE, MICHAEL KOHLHASE UND RUEDI SEILER

*Mathematische Forschung wird durch die technologische Entwicklung unserer Gesellschaft, die sich insbesondere in der – revolutionär anmutenden – Steigerung mathematisch-numerischer Leistungsfähigkeit widerspiegelt, stark beeinflusst. Resultat ist ein Paradigmenwechsel in mathematischer Forschung ebenso wie in mathematischer Ausbildung: Neue Gebiete mathematischer Forschung und neue Wege mathematischer Forschungsmethodik entstehen, der intelligente und angemessene Einsatz der neuen Werkzeuge entlastet von aufwendigen Routine-Rechnungen, erfordert jedoch eine neuartige intellektuelle und mathematische Leistung. Der Einfluß der Neuen Technologien bewirkt damit eine Neudefinition des mathematischen Kompetenzbegriffes und führt folgerichtig auf die Notwendigkeit von Veränderungen in der mathematischen Bildung und Ausbildung.*

*In diesem Artikel wollen wir den Stand der Technik von Systemen zur computerunterstützten Lehre und Forschung in der Mathematik diskutieren. Zentraler Anhaltspunkt in der Beurteilung ist dabei die Frage, inwieweit in solchen Systemen mathematische Inhalte und mathematisches Wissen explizit repräsentiert sind und im System flexibel manipuliert und vermittelt werden.*

### 1. Mathematik und Wissensgesellschaft

Moderne Technologien bestimmen die weltweit rasant verlaufende Entwicklung von einer Industrie- zu einer Wissensgesellschaft. Unter den „Schlüsseltechnologien“ des Informations- und Kommunikations-Zeitalters kommt der Mathematik in mehrfacher Hinsicht eine besondere Bedeutung zu:

- **Technologische Bedeutung:**  
Hochentwickelte Computeralgebra- und Softwarepakete führen zu einer Revolution der mathematischen Modellierung, Simulation und Visualisierung komplexer Abläufe in Natur- und Ingenieurwissenschaften.
- **Wirtschaftliche Bedeutung:**  
Mathematik steuert – als zentrale Basistechnologie aller angewandten technischen und naturwissenschaftlichen Forschung – maßgeblich die wirtschaftliche Entwicklung unserer modernen Gesellschaften. Immer mehr technische und soziale Prozesse (z.B. Börsen) werden modellierbar und damit steuerbar.
- **Gesellschaftliche Bedeutung:**

Computer und Alltags Elektronik — vom Bankautomaten bis hin zum Mobiltelefon — beherrschen Berufs- und Privatleben in zunehmendem Maße. Ohne ein rudimentäres Verständnis der mathematischen, physikalischen und informatischen Grundlagen werden solche Geräte undurchschaubar und oft als Bedrohung empfunden.

- **Politische Bedeutung:**  
Politische Entscheidungen in einer hochtechnisierten Gesellschaft verlangen immer mehr mathematische, naturwissenschaftliche und technische Beurteilungsgrundlagen: Mathematisch-naturwissenschaftlich-technische Bildung wird die zentrale Voraussetzung für demokratische Partizipation und für die Akzeptanz politischer Entscheidungen.

Es ist daher ein unmittelbares gesellschaftliches Anliegen, die mathematische Bildung weiter Bevölkerungsschichten auszubauen, und dazu die klassische Mathematikausbildung um eLearning-Techniken zu erweitern, die mathematische Lernmöglichkeiten auch

außerhalb der Schulen anbieten können.

Im Spannungsfeld der neuen Technologien hat sich auch die Mathematik als Disziplin selbst verändert: Der Einfluß von Informations- und Kommunikationstechnologien erlaubt die Erforschung der Mathematik mit Methoden, die bisher den experimentellen Wissenschaftsrichtungen vorbehalten waren. So ist die „Experimentelle Mathematik“ entstanden und hat sich in kurzer Zeit zu einem wichtigen Teil der angewandten und abstrakten Mathematik entwickelt. Auch dieser Entwicklung gilt es in der Ausbildung der nächsten Generation von Mathematikern Rechnung zu tragen.

## 2. Mathematische Ausbildung

Mit den neuen Technologien und ihren ungeahnten Möglichkeiten hat sich der Kreis der Anwender mathematischer Methoden, deren Vielfalt und der wissenschaftliche Anspruch in der beruflichen Praxis enorm vergrößert. Dies betrifft vor allem Naturwissenschaftlern, Ingenieure, Informatiker und Wirtschaftswissenschaftler.

Damit ändern sich die Anforderungen an die mathematische Ausbildung:

- **Verständnisorientierung:**

Im Fokus des „neuen“, mathematisch orientierten Kompetenzbegriffes steht die Entwicklung von Verständnis, Kenntnis der Zusammenhänge und eigenständiger Einsichten [Nis02]. Diese Kompetenzen als solche keineswegs neu, sondern haben seit jeher die Ausbildung von Mathematikern charakterisiert – neu ist aber, daß diese Kompetenzen auch für die Ausbildung von Ingenieuren und Informatikern gefordert werden müssen, – neu ist auch die Möglichkeit mathematische Methoden in bisher unvorstellbarem Umfang in Form von Software-Applikationen einzusetzen ohne sie zu wirklich zu verstehen. Diese Situation könnte in der Praxis verheerende Folgen haben und erfordert dringend eine Ausbildung dieses Anwenderkreises, die auf ein grundsätzliches Verständnis der angewandten Methoden zielt und so eine verantwortungsvolle Bewertung von Resultaten ermöglicht. So entlastet zwar der intelligente und angemessene Einsatz der neuen Werkzeuge von aufwendigen Routine-Rechnungen, und erlaubt eine Konzentration auf die mathe-

matischen Inhalte. Er zieht allerdings eine tiefgreifende Veränderung der universitären Lehre nach sich.

- **Lebenslanges, selbständiges Lernen:**

Durch den rasanten Wissenszuwachs in immer kürzeren Zyklen in den Gebieten Mathematik, Naturwissenschaften und Informationstechnologie erweist sich das klassische „knowledge at disposal“ (Lernen auf Vorrat) als alleiniges Lernmodell als nicht mehr zeitgemäß; wegen der enormen Wissensmenge — die neuen Technologien machen auch den praktischen Einsatz von „Halbwissen“ möglich! — vielfach als nicht mehr praktikabel. Lehr- und Lernmethoden und -techniken müssen auf den notwendigen Prozeß des „Lebenslangen Lernens“ vorbereiten und ihn langfristig unterstützen. Die Förderung von Eigeninitiative, Flexibilität und Neugierde spielt dabei eine zentrale Rolle.

- **Interdisziplinarität & „Soft Skills“:**

Schließlich nehmen interdisziplinäre Fragestellungen und Kooperationen einen immer wichtigeren Raum ein, und damit spielen auch interdisziplinäres Kommunikationsvermögen und Teamfähigkeit eine wichtigere Rolle. Die vielzitierten „Soft Skills“, neben den kommunikativen und kooperativen insbesondere Kreativität, Innovationsfähigkeit, ganzheitliches Denkvermögen und fortwährende Lernbereitschaft werden zu einer zentralen Voraussetzung erfolgreicher mathematischer Praxis. Für Mathematiker ist dies oft besonders problematisch. Sie sind gewohnt in ihrer Arbeit im Prinzip alles zu verstehen. Sich ich jetzt plötzlich auf einen Arbeitsstil einzulassen, bei dem Teile der Arbeit oft nur noch von den jungen Mitarbeitern beherrscht werden, fällt schwer!

Gleichzeitig nimmt der multimediale Zugang zu Information einen immer größeren Stellenwert in unserer Gesellschaft ein und erlauben sowohl die Integration von IT-Technologien in klassische Unterrichtsszenarien als auch die Vermittlung mathematischen Wissens außerhalb der üblichen Kanäle. Solche computerunterstützten Lern- und Lehrformen — wir sprechen von „eLearning“ oder „eTeaching“ — haben das Potential den Erwerb der notwendigen mathematischen Kompetenzen maßgeblich zu unterstützen und zu verbessern. Sie

ermöglichen neue Zugänge zum Wissensgebiet Mathematik, insbesondere durch Visualisierung abstrakter Konzepte, die komplexe Darstellung vielfältig vernetzter Zusammenhänge und ihre Fähigkeit mathematischer Modelle in Experimentierszenarien in ihren realen Kontext einzubetten. Darüberhinaus versprechen sie die oben geforderte aktive, eigengesteuerte, Auseinandersetzung mit der mathematischen Materie, sie unterstützen einen nicht-linearen Lernprozesses und stellen kooperative und kommunikative Umgang mit dem Wissen in den Vordergrund.

Natürlich ist im Prinzip der Nutzen von eLearning und eTeaching-Systemen nicht auf die klassische (schulische) Ausbildungssituation beschränkt, sondern kann auch auf die Forschung erweitert werden: Forschung ist eine spezielle Form des (selbstvermittelten) Lernens, und kollaborative Forschung stützt sich auf die fortwährende Vermittlung von Wissensinkrementen. Schließlich läßt sich die universitäre Ausbildung als ein gradueller Übergang von schulartiger Lehr zur Forschung charakterisieren. Wir verallgemeinern daher die Begriffe „eLearning“ und „eTeaching“ um den Aspekt des „eResearch“ und sprechen summarisch von eLTR Technologien.

Die eLTR Technologien präsentieren sich in einer spannenden Doppelrolle: sie sind einerseits Ursache weitreichender Veränderungen in der Wissensgesellschaft und andererseits gleichzeitig Methode zur Bewältigung derselben. Dabei bietet sich die Mathematik als Erprobungsgebiet für diese neuen Techniken besonders an, da die mathematische Ausbildung und Kommunikation seit jeher die oben geforderte Verständnisorientierung in den Vordergrund stellt, und das Wissen im Gebiet so gut konzeptualisiert und formalisiert ist, daß seine Strukturen in Software-Systemen explizit verwaltet und zur Wissensvermittlung verwendet werden können.

### 3. Das Potential der eLTR Technologien

Die eLTR Technologien bieten eine Vielfalt von Möglichkeiten an, mathematische Kompetenz in origineller und interessanter Weise zu vermitteln oder interaktiv selbst zu erwerben:

**Experimentierszenarien:** Experimentelles Lernen gilt seit Johann Heinrich Pestaloz-

zi als eine der besten Formen des Lernens. Aktives Einbeziehen der Lernenden in den Lernprozeß durch Simulationen sichert Lernerfolg schneller und insbesondere nachhaltiger ab. Die eLTR-Technologien bieten die Grundlage für einen neuartigen Zugang zu einer universitären, mathematischen Ausbildung, in dem das mathematische Experiment im Mittelpunkt steht. Experimentelles Lernen in der Mathematik beginnt mit interaktiven Visualisierungen zu einzelnen Wissensbausteinen und reicht über Simulationen in praxisnaher Umgebung hin zur Durchführung komplexer Projekte in „Virtuellen Labore“. Virtuelle Labore ermöglichen mathematische Modellierung im Sachkontext, fungieren also als „Bindeglied“ zwischen abstrakter Mathematik und ihrer konkreten Anwendung.

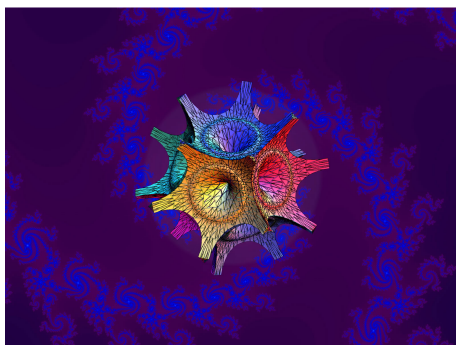
**Visualisierung:** Visualisierungen mathematischer Inhalte spielen eine zentrale Rolle: die Visualisierung abstrakter Sachverhalte trägt maßgeblich zu einem tieferen Verständnis mathematischer Konzepte bei. Der Einsatz von Visualisierungen ist nicht auf die bloße Verdeutlichung von mathematisch-naturwissenschaftlichen Daten und Fakten beschränkt, sondern erlaubt die Darstellung der strukturellen Eigenschaften von Objekten und Methoden. Räumliches Denkvermögen und visuelle Vorstellungskraft werden trainiert. Visualisierungen fördern insbesondere bei Anfängern die Motivation, weil sie eine *schnelle* erste Anschauung eines bis dahin unbekanntes Gegenstandes ermöglichen. Schließlich rücken mit den graphischen Darstellungen auch ästhetische Gesichtspunkte in den Vordergrund.

**Unterstützung explorativen Lernens:** Im Gegensatz zum repositorischen Lernen hat der Lernende beim explorativen (entdeckenden) Lernen die Möglichkeit, sich frei im Wissensraum zu bewegen: Es wird keine Reihenfolge der Wissenseinheiten vorgegeben, was dem Wesen eines Hypertextes entspricht – der Fokus liegt auf der selbständigen Erschließung des Stoffes. Exploratives Lernen setzt die Übersicht über die zur Verfügung stehenden Wissenseinheiten voraus. Support explorativen Lernens bedeutet also insbesondere Entwicklung geeigneter Navigationsstrukturen sowie Darstellungstechniken von Struktur und Anordnung der Wissenseinheiten.

**Adaption an individuelle Lernprozesse:**

Der Support unterschiedlicher Lernstile (ebenso wie Adaption an unterschiedliche Interessensgebiete, unterschiedliche Studienrichtungen etc.) ist ein herausragendes Potential bei dem Einsatz multimedialer Technologien in der Lehre. Die Realisierung dieses Anspruches verlangt nicht nur eine genaue Analyse der verschiedenen individuellen Verständnisprozesse für das Gebiet der Mathematik, sondern auch die Entwicklung einer breiten Auswahl an Inhaltsbausteinen, intelligenten Auswahlwerkzeugen und die Implementation verschiedenartiger Lernszenarien für denselben Unterrichtsgegenstand.

**Schönheit und Faszination:** Mathematik ist mehr als ein Unterrichtsfach, eine Studienrichtung, ein Mittel zu technologischem Fortschritt – Mathematik ist universelles Kulturgut und von einem tiefen inneren Schönheitssinn geprägt. Viele Menschen haben jedoch eine Haltung gegenüber der Mathematik aufgebaut, die von Desinteresse bis zu grenzenloser Abneigung reicht [Enz02] – zwar ist der *praktisch-technische Nutzen* der Mathematik unbestritten, ihre *kulturelle Bedeutung* und ihre *Ästhetik* hingegen wird ignoriert. Neue Medien eignen sich in einzigartiger Weise, die Schönheit und Faszination, die Mathematik ausstrahlen kann, zu vermitteln – interaktive Computergrafiken etwa faszinieren auch mathematische Laien – und ermöglichen damit eine gesellschaftliche „Öffnung der Mathematik“.

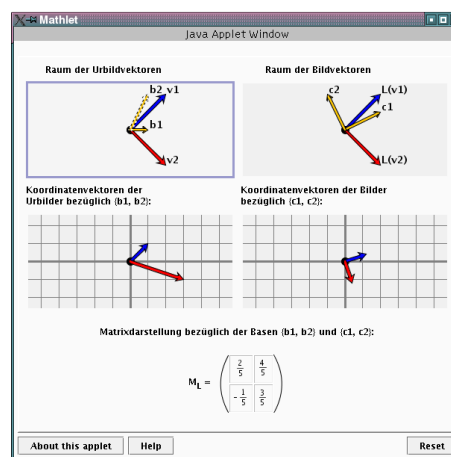


Faszination Mathematik (Mandelbrotmenge)

In diesem Kontext soll jedoch auch einem Irrglauben widersprochen werden: eLTR-Technologien sind weder dazu geschaffen noch dazu geeignet, den Präsenzunterricht zu *ersetzen*. Für einen erfolgreichen Lehr- und Lernprozeß ist der soziale Kontakt von zentraler Bedeutung – eine Lehrform, die diese Er-

kenntnis nicht ausreichend berücksichtigt, ist zum Scheitern verurteilt. Vielmehr muß es um die *Ergänzung* des Präsenzunterrichtes gehen: Durch die Bereitstellung hochwertiger multimedialer Wissensbausteine und virtueller Lernumgebungen wird der Lehrende in die Lage versetzt, ein erhöhtes Gewicht auf die Moderation des Unterrichts und auf die Steuerung der sozialen, kommunikativen und koordinativen Prozesse zu legen. Der Ansatz des „blended learning“ bezeichnet gerade solche Lehr-/Lernkonzepte, die eine didaktisch sinnvolle Verknüpfung der erprobten, traditionellen Lehr- und Lernformen mit den Neuen Medien und Technologien anstreben.

Ein anderer Irrglauben ist, daß sich das WWW und darauf agierende, immer mächtiger werdende Suchmaschinen allein bereits eine ausreichende Lehr/Lernplattform für die Mathematik darstellen. Suchmaschinen wie „Google“ sind heute ein zentrales Mittel zur Beschaffung insbesondere auch von (Fach-)Informationen. Die inhaltliche Nutzung des Internet-Informationsraums eignet sich insbesondere für Team- und Projektarbeit, zu Vor- und Nachbereitungen und zur Vertiefung individueller Interessen. Die Nutzung des WWW erlaubt insbesondere, Visualisierungen oder Simulationen zu verwenden, die von anderen Lehrern und Wissenschaftlern entwickelt wurden:



Lineare Abbildung, Basis und darstellende Matrix

Allerdings ist im Gegensatz etwa zu Lehrbüchern, in denen Qualitätssicherung durch Refereesysteme, Lektoren oder vergleichbare Mechanismen weitgehend sichergestellt werden kann, Einschätzung der Qualität auf dem Internet alleine dem Nutzer

überlassen. Dies stellt i.a. kein Problem für einen „Spezialisten“ dar, der die Qualität aufgrund fachlicher Korrektheit einschätzen kann, wohl aber für einen Lernenden im Anfängerstadium, der genau diese Möglichkeit nicht hat, sondern erst geeignet angeleitet werden muß [Fis01].

**It must be true, I saw it on the Internet!**

Die Entwicklung qualitativ hochwertiger multimedialer Lehrmaterialien setzt nicht nur fachliche, sondern auch technische Kompetenzen voraus. Zudem ist der Aufwand der Entwicklung qualitativ hochwertiger multimedialer Lehrmaterialien äußerst hoch.

#### 4. Mathematik und eLearning

Nach dieser Skizze der Chancen und Potentialen Neuer Medien in der mathematischen Ausbildung richten wir unseren Blick nun auf die eLearning-Technologien selbst:

Zunächst einmal sind nicht alle eLTR-Entwicklungen als gleichermaßen zielführend zu bewerten: viele der sog. „First Generation“-Konzepte unterstützen gerade nicht den eigentlichen Lern- und Verständnisprozeß; vielmehr wird der Zugriff auf Wissensbestände mit der Aneignung von Wissen gleichgesetzt ([Eng95]); sog. Lehrplattformen sind vielfach lediglich fachspezifische Dokumenten-Management-Systeme, die die zusätzlich bestimmte Organisationsabläufe in Ausbildungseinrichtungen unterstützen. Fehlende Granularität und statische typographische Objekte – in Kombination mit monolithischem Softwaredesign – lassen eine Realisierung selbstgesteuerten, konstruktivistischen Lernens und (Er-)Forschens nicht zu, weil die Materialien nicht für freies Interagieren und Experimentieren zur Verfügung stehen. Dazu kommen unzureichende pädagogische Konzepte: so groß die Zahl an eLearning-Materialien, eLearning-Plattformen und eLearning-Initiativen auch ist, so gering ist derzeit die systematische Erforschung und Erprobung sinnvoller eLearning-Konzepte, insbesondere für einen fächerspezifischen Einsatz.

#### **Die erste Generation der eLearning-Technologie**

umfaßt vor allem die Bereitstellung und Verteilung von organisatorischen Informationen und statischen Lehr-Dokumenten. Klassische eLearning-Plattformen (etwa WebCT, Blackboard und Clix) sind im wesentlichen Dokumenten-Management-Systeme, die zusätzlich bestimmte Organisationsabläufe in Ausbildungseinrichtungen unterstützen.

Systeme der ersten Generation werden heute nahezu weltweit in Schulen und Universitäten eingesetzt, meistens aber nicht durchgängig genutzt.

Interaktivität, Interoperabilität, Wiedernutzbarkeit und Flexibilität der Inhaltskomponenten sowie User-Adaptivität sind die Herausforderungen der nächsten Generation von eLTR-Systeme, aber auch die Chancen:

#### **Next Generation eLTR-Technologien**

ermöglichen durch eine *explizite Repräsentation* mathematischen *Wissens* hochgradig interaktive, adaptive Lehrmaterialien, die Realisierung explorativer Lehr- und Lernszenarien, multimediale Unterstützung kommunikativer und kooperativer Lehr- und Arbeitsprozesse und die Möglichkeit zur aktiven Bearbeitung und Veränderung multimedialer Objekte (vom „statischen Objekt“ zum „dynamischen Prozeß“). Wissensrepräsentationstechniken erlauben die systematische Trennung der didaktischen Methoden von Lerninhalten und vereinfachen die Erweiterung auf neue Gebiete. Eine zukünftige Standardisierung der Wissensrepräsentation erlaubt die Vernetzung verschiedener Einzelkomponenten zu komplexen eLearning-Netzen.

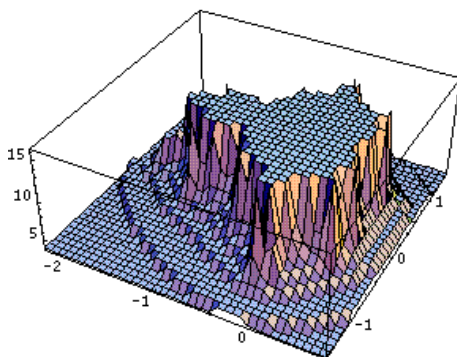
„Next Generation“-Systeme sind heute weitgehend noch im Prototypstadium, Einsatz in der Lehre noch die Ausnahme — gerade hier entfaltet sich aber erst das eigentliche Potential der Neuen Medien in der Ausbildung.

Wir wenden uns nun der Beschreibung ausgewählter Beispiele zu, wir wollen dabei von

Softwarekomponenten für die Mathematik zu integrierten Lernplattformen vorstoßen.

## 5. Mathematische eLTR-Komponenten

**Computeralgebrasysteme (CAS) & numerische Software** CAS sind Systeme, die mathematische Objekte als Formeln repräsentieren und diese symbolisch manipulieren. Sie können in der Regel Terme umformen, Gleichungen und Gleichungssysteme lösen, differenzieren, integrieren, Taylorreihen bilden, Differentialgleichungen lösen, 2D- und 3D-Graphen plotten und vieles mehr. Numerische Systeme leisten ähnliche Dienste, stützen sich aber auf quantitative statt symbolisch exakte Verfahren. Beide ermöglichen sie die Visualisierung mathematischer Konzepte, die an der Tafel nicht oder nur sehr eingeschränkt möglich sind. Es existiert inzwischen eine ganze Reihe geeigneter Softwarepakete, die sich in ihrer Mächtigkeit, Kosten, Integrationsfähigkeit mit anderen Anwendungen etc. teilweise erheblich unterscheiden [Fac].

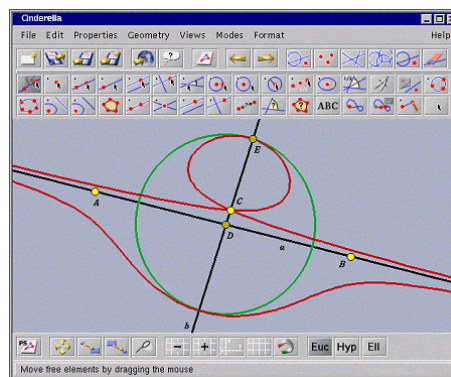


Visualisierung im Computeralgebrasystem

Solche Tools arbeiten zunächst als „Black Boxes“ — sie verändern damit nicht nur den Unterricht, sie vermitteln (und erfordern) auch eine neue Art der naturwissenschaftlicher Kompetenz, die der nötigen kritischen Betrachtungsweise nämlich.

**Dynamische Geometrie-Software** sind graphische Systeme, die es erlauben, symbolische Repräsentation geometrischer Objekte zu visualisieren und direkt zu manipulieren. Systeme, wie z.B. das Geometriepaket CINDERELLA [KRG04], wird bereits heute in vielen Schulen zur experimentellen Erforschung der Geometrie durch den Lernenden eingesetzt. Im System können geometrische Zusammenhänge einfach konstruiert und visualisiert

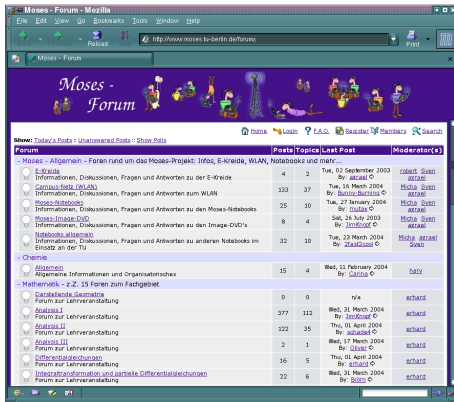
werden – sie sind nicht nur sichtbar, sondern bleiben auch *nach* ihrer Konstruktion als Simulation interaktiv erfahrbar und veränderbar: Durch die Verschiebung der Konstruktionspunkte in der Visualisierung kann der Schüler geometrische Parameter verändern und Effekte beobachten werden, ohne auf die darunterliegende Repräsentation verstehen zu müssen.



Direkte Manipulation im Geometriepaket

Systeme wie „Cinderella“ bieten auch Unterstützung für die Lehrenden; mit dem integrierten Autorensystem können Konstruktionsbeispiele, Animationen, interaktive Übungsaufgaben mit Lösungskontrolle sowie Simulationen direkt als WWW-Seiten oder Java-Applets exportiert werden. Dadurch wird die einfache Erstellung von Lehr-/Lernmaterial unterstützt, von einzelnen Webseiten über CD-ROM-Applikationen bis hin zu kompletten Websites.

**Virtuelle Kommunikations- & Kooperationsumgebungen** erlauben räumlich und zeitlich flexible, synchrone oder asynchrone Kommunikation. Email, Chat, Foren, *online* Konferenztechnologien und Videoübertragungen ermöglichen verteilte Lehr- und Interaktionsszenarien. Der Einsatz für das Gebiet der Mathematik wird allerdings heute noch durch die unzureichende Unterstützung der Notation mathematischer Formeln erschwert. Die Basistechnologie MATHML[CIMP01] (Mathematik auf dem Web in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Qualität) und OPENMATH [Cap02] (inhaltsorientierte Repräsentation mathematischer Formeln) sind vorhanden, haben sich aber in der Praxis noch nicht ausreichend durchgesetzt.



„Moses“-Forum für Mathematik, TU Berlin

Virtuelle Kooperationsumgebungen sind auf Kooperationsförderung (zwischen Lernenden bzw. zwischen Lernenden und Lehrenden) ausgelegt; sie erlauben die Einrichtung kooperativer virtueller „Räume“ mit gemeinsamer Datenerzeugung, -modifikation und -ablage unter Verwendung verschiedener Kommunikationsstrategien. Solche Team-orientierten Umgebungen (z.B. die Systeme „Moses“-Forum [Jes02] oder „sTeam“ [Ham02]) sind derzeit noch im Prototyp-Stadium, weil die notwendige Integration verschiedener Software, Dokumentenformate etc. eine außerordentlich komplexe technische Aufgabe darstellt.



Kooperation in „sTeam“, Uni Paderborn

**Elektronische Tafelsysteme:** Bei dem elektronischen Tafelsystem „eKreide“ wird mit einem elektronischen Stift an einer elektronischen Tafel geschrieben – statt mit Kreide an einer herkömmlichen. Das vollständige Tafelbild wird aufgezeichnet, optional auch mit Audio- und/oder Video-Mitschnitt, so daß eine Komplett-Aufzeichnung des Unterrichts

entsteht, die jederzeit wiedergegeben werden kann.



Demopage des E-Kreide-Projektes [eKr]

Das für die Mathematikvermittlung bemerkenswerte ist jedoch, daß eKreide über diverse Integrationsmechanismen von externen Materialien und über Schnittstellen zu verschiedener fachspezifischer Software verfügt. So können etwa Applets incl. ihrer Funktionalitäten eingebunden werden, handschriftliche Aufrufe an Computeralgebrasysteme formuliert und die von ihnen gelieferten Ergebnisse zum Bestandteil des Tafelbildes werden (In Entwicklung). Auf diese Weise wird nicht nur der Einsatz solcher Systeme demonstriert, er findet auch ohne „Medienbrüche“ statt.<sup>1</sup>

### 5. Integrierte eLTR-Plattformen für die Mathematik

Während wir uns im letzten Abschnitt auf mathematik-spezifische eLTR-Komponenten konzentriert haben, wollen wir jetzt anhand von drei Projekten mathematische Lernplattformen besprechen.

Im CONNEXIONS-Projekt [?] der Rice University (USA)<sup>2</sup>

Das ACTIVEMATH Projekt [MBG<sup>+</sup>03] am DFKI Saarbrücken

Im Projekt „Mumie“ [Jes00] verfolgt wird:

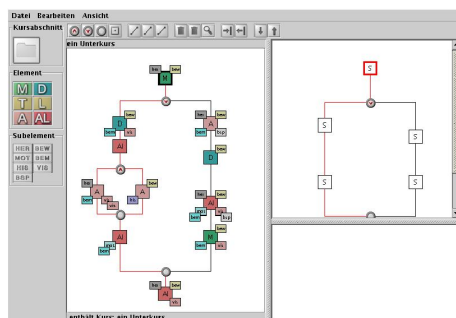
Ein wesentliches Charakteristikum liegt in der Unterstützung multipler Lernszenarien: Mathematische Objekte und Methoden werden in individuellen Lerneinheiten mittels multimedialer Darstellungskonzepte durch Kombination von Texten mit Visualisierungen und explorativen Umgebungen präsentiert (Content-

<sup>1</sup>EDNOTE: vielleicht einige der interfaces nennen, die für die Mathematik nützlich sind?

<sup>2</sup>EDNOTE: weiter, alles nur einmal sagen

Szenario). Diese inhaltliche Präsentation wird durch Bereiche ergänzt, in denen die eigenständige Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten im Vordergrund steht (Practice-Szenario). Die Gegenstände der Mathematik werden losgelöst vom Kurs-Kontext sowohl lexikographisch wie auch hinsichtlich übergreifender innerfachlicher Zusammenhänge dargestellt (Retrieval-Szenario).

Feingranulare, manipulierbare Wissensbausteine bieten flexible Einsatzmöglichkeiten. Der Fokus liegt auf der „Multimedialität“ der Bausteine, ihrer Interaktionsfähigkeit und ihrer Dynamik, Flexibilität und Rekombinationsfähigkeit. „Wissensbausteine“ werden zu „Wissensnetzen“ komponiert:



CourseCreator der „Mumie“-Plattform [Jes00]:  
Komposition von Elementen zu Kursen

Mathematische Strukturen sind damit Grundlage des Navigationskonzeptes: Der Nicht-Linearität mathematischen Wissens wird durch sog. „Navigationsnetze“ Rechnung getragen, Anwählen („click“) von Inhaltobjekten ist Navigation „in der Mathematik“. Navigationsstrukturen sind nicht länger reduziert auf ihre funktionale Bedeutung, sondern werden auf diese Weise selbst zum Träger mathematischer Inhalte.

### Zusammenfassung

Wir stehen kurz vor einem Durchbruch: nach einer „Ersten Generation“ von eLearning-Technologien, die vor allem durch die Distribution statischer Dokumente gekennzeichnet waren, sind nun neue Formen multimedialer Lehr- und Lernumgebungen in der Entwicklung, die das Potential haben, den Lernprozess in einer neuartigen Weise zu intensivieren.

Bereits jetzt existieren fachspezifische Applikationen wie etwa Computeralgebrasysteme

und Geometriepakete, die zukunftsweisende Formen des Mathematikunterrichts ermöglichen. Virtuelle Wissenräume erlauben neue Formen der Kooperation und der Informationsbeschaffung.

Die Integration der Neuen Technologien bietet faszinierende Möglichkeiten in der mathematischen Lehre und Forschung, die Revolution mathematischer Ausbildung hat aber erst begonnen – wir gehen spannenden Zeiten entgegen.

## Literatur

- [Cap02] The Open Math standard, version 1.1b. Technical report, 2002. The Open Math Society, <http://www.nag.co.uk/projects/OpenMath/omstd/>.
- [CIMP01] David Carlisle, Patrick Ion, Robert Miner, and Nico Poppelier. Mathematical Markup Language (MathML) version 2.0. W3c recommendation, World Wide Web Consortium, 2001. Available at <http://www.w3.org/TR/MathML2>.
- [eKr] eKreide (R. Rojas, FU Berlin). eKreide. <http://www.ekreide.de/>.
- [Eng95] D. Engbring, R. Keil-Slawik, H. Selke. Neue Qualitäten in der Hochschulausbildung: Lehren und Lernen mit interaktiven Medien. Heinz Nixdorf Institutsbericht 45, Universität Paderborn, 1995.
- [Enz02] M. Enzenberger. *Die Elixire der Wissenschaft*. Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 2002. Artikel „Zugbrücke außer Betrieb – Die Mathematik im Jenseits der Kultur“.
- [Fac] Fachgruppe Computeralgebra. Website. <http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/systeme/systeme.html>.
- [Fis01] C. Fischer, R. Keil-Slawik, A. Richter. *Verhaltensprofile im Internet*, pages 65–80. DIGITALE MEDIEN und gesellschaftliche



- Entwicklung – Arbeit, Recht und Gemeinschaft in der Informationsgesellschaft. R. Keil-Slawik (ed.), Münster: Waxmann-Verlag, 2001.
- [Ham02] T. Hampel, R. Keil-Slawik. sTeam: Structuring Information in a Team - Distributed Knowledge Management in Cooperative Learning Environments. *ACM Journal of Educational Resources in Computing*, 1(2), 2002.
- [Jes00] S. Jeschke, L. Oeverdick, R. Seiler, E. Zorn. MUMIE – MULTIMEDIALE MATHEMATIKAUSBILDUNG FÜR INGENIEURE. BMBF-Antrag, <http://www.mumie.net/>, Juni 2000.
- [Jes02] S. Jeschke, L. Oeverdick, R. Seiler, J. Steinbach, E. Zorn. MOSES – MOBILE SERVICE FOR STUDENTS. BMBF-Antrag, <http://www.moses.tu-berlin.de/>, Januar 2002.
- [KRG04] U. Kortenkamp and J. Richter-Gebert. *Cinderella Interactive Geometry*. Springer, 1999, 2004.
- [MBG<sup>+</sup>03] Erica Melis, Jochen Bündenbender, George Gogvadze, Paul Libbrecht, and Carsten Ullrich. Knowledge representation and management in activemath. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 38:47–64, 2003. see <http://www.activemath.org>.
- [Nis02] M. Niss, T.H. Jensen (eds.). Kompetencer og matematiklæring. Uddannelsesstyrelsen temahafteserie 18, pages 1–134, IMFUFA Roskilde, 1002. Ministry of Education, Danish KOM-Project.